ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»

Кафедра «Инженерная геодезия»

РЕШЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Методические указания

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
ПГУПС
2010

Методические указания являются пособием при изучении раздела курса геодезии «Оценка точности измерений» и содержат 191 задачу.

Все типовые задачи решены с подробными объяснениями. Повариантный подбор задач позволяет проводить проверку знаний обучаемых. На все задачи даны ответы с необходимыми указаниями и пояснения к их решению.

Предназначены для студентов всех форм обучения, изучающих курс инженерной геодезии.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Производство геодезических работ связано с выполнением измерений различных величин – расстояний, превышений, углов и др. Измерения могут выполняться непосредственным сравнением величины с единицей меры (прямые измерения) и посредством ее вычислений как функции других непосредственно измеренных величин (косвенные измерения).

Опыт показывает, что результаты измерений всегда содержат некоторые погрешности. Это проявляется, например, при многократном измерении одной и той же величины – получаемые результаты всегда несколько различаются между собой и значит неизбежно отличаются от истинного значения измеряемой величины, т. е. содержат погрешности измерений.

Погрешности делят на грубые, систематические и случайные. Измерения, содержащие грубые погрешности, вызываемые небрежностью наблюдателя или неисправностью приборов, выявляют и отбрасывают, бракуют.

Систематические погрешности, которые при повторных измерениях остаются постоянными или изменяются по определенному закону, стараются исключить, вводя в результаты измерений поправки, юстируя (регулируя) приборы, применяя правильную методику измерений.

Случайные погрешности при повторных измерениях изменяются случайным образом. Они неизбежны и исключить их из результатов измерений невозможно, поэтому в ходе выполнения и обработки измерений стремятся лишь ослабить их влияние. Пути к такому ослаблению указывает теория ошибок (погрешностей) измерений. В дальнейшем будем полагать, что результаты измерений свободны от грубых и систематических погрешностей и содержат только случайные.

Погрешностью Δ измерения называют отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины:

$$\Delta = l - X, \qquad (1)$$

где l – результат измерения;

X – истинное, точное значение измеряемой, величины.

В подавляющем большинстве случаев случайные погрешности, являясь следствием действия многих факторов (несовершенства приборов, изменений в условиях измерений, несовершенства органов чувств наблюдателя), подчиняются так называемому закону нормального распределения. При этом малые по абсолютной величине погрешности встречаются чаще больших, положительные погрешности встречаются так же часто, как отрицательные, а среднее арифметическое из случайных погрешностей при возрастании их числа стремится к нулю.

2. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ, ПРЕДЕЛЬНАЯ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТИ

Измерения, выполняемые, в одинаковых условиях, одинаковыми приборами, считают равноточными. В результате многократных измерений получаемые значения измеряемой величины могут быть как больше, так и меньше ее истинного значения.

Оценка величины допущенной погрешности является непременной частью каждого измерения, так как позволяет судить, насколько полученный результат близок к истинному значению величины. Измерение принято считать точным и законченным при условии указания допущенной ошибки. Точность измерений характеризуется средней квадратической погрешностью измерения, определяемой формулой Гаусса:

$$m = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \ldots + \Delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\left[\Delta^2\right]}{n}}, \tag{2}$$

где Δ_1, Δ_2, $\ldots\Delta_n$ – случайные погрешности измерений.

Величина $D = m$ носит название дисперсии. Формула (2) дает точное значение средней квадратической погрешности при бесконечно большом числе n измерений. При малом числе измерений, вследствие случайного характера погрешностей Δ_i, вычисленное по формуле (2) значение m имеет свои погрешности. Приближенно среднюю квадратическую погрешность определения по формуле (2) можно оценить по формуле

$$m_m \approx \frac{m}{\sqrt{2n}} \; . \tag{3}$$

Формулой (2) пользуются при исследовании точности геодезических приборов и методов измерений, когда известно истинное значение измеряемой величины.

При нормальном распределении и достаточно большом числе измерений: 68,3% всех погрешностей по своему модулю не превышают средней квадратичной погрешности m. Погрешности, превышающие $2m$, встречаются редко, а больше $3m$ – еще реже; при этом 95,5% всех погрешностей по модулю меньше $2m$ и 99,7% погрешностей меньше $3m$. Утроенную среднюю квадратическую погрешность называют предельной:

$$\Delta_{\text{пр}} = 3m.$$

Измерения, содержащие ошибки, большие предельной, бракуют.

Средняя квадратическая погрешность дает характеристику точности измерения по абсолютной величине и выражается в единицах измеряемой величины. Для оценки степени точности измерений пользуются относительными погрешностями, равными отношению погрешности к измеряемой величине, выражаемой в виде дроби с единицей в числителе:

$$\frac{m}{l} = \frac{1}{N}.$$

Задача 1. Длина линии, измеренная высокоточным электронным тахеометром, принята за истинную, X = 120,071 м. С целью определения средней квадратической ошибки измерения расстояния ранее откомпарированной рулеткой выполнено 9 измерений.

Результаты измерений и вычислений приведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер измерения	Результаты измерений l, м	Δ, мм	Δ^2	Вычисления
1	120,03	–41	1 681	$\Delta_i = l_i - X$
2	120,11	39	1 521	$m = \sqrt{\frac{15249}{9}} = 41$ мм
3	120,00	–71	5 041	
4	120,08	9	81	
5	120,07	–1	1	
6	120,03	–41	1 681	$\frac{m}{X} = \frac{0,041}{120,071} = \frac{1}{2900}$
7	120,06	–11	121	
8	120,14	69	4 761	
9	120,09	19	361	
			15 249	

В табл. 1 средняя квадратическая погрешность каждого отдельного измерения данного расстояния m = 41 мм получена но формуле (2). Погрешность данного определения может быть найдена по формуле (3):

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2n}} = \frac{41}{\sqrt{18}} \approx 10 \text{ мм}.$$

Относительная погрешность измерения линии для конкретных условий

$$\frac{m}{X} = 1:2900.$$

Задача 2. Для оценки точности измерения площадей планиметром измерялась несколько раз площадь круга $S = 100$ см^2. Найти среднюю квадратическую и относительную погрешности измерений.

Номер измерения	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
1	100,21	99,73	100,22	99,86	99,70	100,10
2	99,82	99,98	100,00	99,80	99,85	100,10
3	99,80	99,96	100,12	100,12	99,75	100,10
4	99,85	100,04	99,76	100,22	100,00	100,15
5	99,95	100,22	99,82	100,00	100,06	100,13
6	100,20	100,07	100,23	100,11	100,27	99,98
7	100,06	100,11	99,88	99,88	100,18	99,81
8	100,10	100,26	99,95	99,80	100,04	99,77
9	100,01	99,64	100,02	100,20	100,15	99,84

Задача 3. Угол, измеренный весьма точно теодолитом Т1, имеет значение, равное 64°34'20". Этот же угол измерен равноточно пять раз теодолитом Т2. Найти среднюю квадратическую погрешность одного измерения угла и оценить точность его определения.

Номер измерения	Варианты				
	1	2	3	*4*	5
1	64°34'25"	64°34'14"	64°34'15"	64°34'27"	64°34'21"
2	64^{0}34'21"	64°34'24"	64°34'17"	64°34'20"	64°34'26"
3	64°34'18"	64°34'22"	64°34'23"	64°34'23"	64°34'14"
4	64^{0}34'17"	64°34'23"	64°34'27"	64°34'16"	64°34'17"
5	64°34'18"	64°34'16"	64°34'17"	64°34'14"	64°34'24"

Задача 4. С целью оценки точности измерения длины линий рулеткой проведено многократное измерение расстояния на базисе исследования высокоточных светодальномеров, равное 125,382 м. Найти абсолютную и относительную погрешности измерения линии.

Номер измерения	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
1	125,40	125,34	125,36	125,41	125,39	125,42
2	125,41	125,38	125,38	125,34	125,49	125,40
3	125,35	125,44	125,42	125,38	125,34	125,36
4	125,36	125,44	125,43	125,44	125,45	125,35
5	125,38	125,34	125,44	125,42	125,45	125,38
6	125,35	125,36	125,40	125,40	125,32	125,42
7	125,43	125,34	125,34	125,35	125,34	125,40
8	125,36	125,42	125,34	125,33	125,38	125,34
9	125,40	125,34	125,34	125,35	125,35	125,33

3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ФУНКЦИЙ ИЗМЕРЕННЫХ ВЕЛИЧИН

Пусть для определения значения некоторой величины u измерены другие величины x, y, z..., с которыми определяемая величина связана функциональной зависимостью

$$u = f(x, y, z, \ldots).$$

Если средние квадратические погрешности измеренных величин равны m_x, m_y, m_z ..., то средняя квадратическая погрешность определяемой величины выражается формулой

$$m_u^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 m_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 m_z^2 + \ldots \quad . \qquad (4)$$

В табл. 2 приведены конкретные варианты формулы (4) для частных случаев функции u.

Таблица 2

Номер измерения	Вид функции	Средняя квадратическая погрешность
1	2	3
1	$u = kx$	$m_u = km_x$
2	$u = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$	$m_u = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2}$
3	$u = x - y$	$m_u = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$
4	$u = k_1x_1 + k_2x_2 + \ldots + k_nx_n$	$m_u = \sqrt{k_1^2m_1^2 + k_2^2m_2^2 + \ldots + k_n^2m_n^2}$
5	$u = xy$	$m_u = \sqrt{(xm_y)^2 + (ym_x)^2}$

1	2	3
6	$u=\dfrac{x}{y}$	$m_u=\sqrt{\dfrac{\left(xm_y\right)^2+\left(ym_x\right)^2}{y^4}}$
7	$u=x^n$	$m_u=nx^{n-1}m^x$
8	$u=k\sin x$	$m_u = k \cos x\, m_x$
9	$u=k\cos x$	$m_u = k \sin x\, m_x$
10	$u = k\,\mathrm{tg}x$	$m_u=k\dfrac{1}{\cos^2 x}m_x$

Рассмотрим примеры оценки точности функций измеренных величин.

Задача 5. Длина линии d измерена по частям. Отрезок, d_1 = 215,46 м измерен со средней квадратической погрешностью m_1 = 0,11 м, а отрезок d_2 = 113,25 с m_2 = 0,04 м. Необходимо оценить точность измерения длины всей линии $d = d_1 + d_2$ = 328,71 м.

Решение. Средняя квадратическая погрешность определится по формуле (2) табл. 2:

$$m_d=\sqrt{m_1^2+m_2^2}=\sqrt{0{,}11^2+0{,}04^2}=0{,}12\,\text{м}.$$

Относительная погрешность результата измерений:

$$\frac{m_d}{d}=\frac{0{,}12}{328{,}71}=\frac{1}{2700}.$$

Задача 6. С помощью нитяного дальномера расстояние определяется по формуле $d = cn$, где c = 100 – коэффициент дальномера. Оценить точность измеренного расстояния, если отсчет по рейке n = 952 мм взят со средней квадратической погрешностью m_n = 3 мм.

Решение. По формуле (1) табл. 2 находим d = 100 · 0,952 = 95,2 м; m_d = 100 · 3 = 300 мм = 0,3 м.

Относительная погрешность измерения:

$$\frac{m_d}{d}=\frac{0{,}3}{95{,}2}=\frac{1}{317}.$$

Задача 7. При геометрическом нивелировании с односторонними рейками превышение h вычисляется как разность отсчетов a и b по рейкам. Определить среднюю квадратическую погрешность превышения, если $m_a = m_b$ = 2 мм.

Решение. По формуле (3) табл. 2 находим:

$$m_h = \sqrt{m_a^2 + m_b^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2{,}8 \text{ мм.}$$

Задача 8. Линия d измерена 20-метровой рулеткой. Ее длина оказалась равной 500 м. Средняя квадратическая погрешность отложения одной рулетки m_1 = 0,02 м. Определить точность измерения линий.

Решение. Среднюю квадратическую погрешность измерения линии находим по формуле (2) табл. 2:

$$m_d = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + ... + m_n^2}\text{, при } m_1 = m_2 = m_n = m_l$$

$$m_d = \sqrt{m_l^2 + m_l^2 + ... + m_l^2} = m_l\sqrt{n}\text{,}$$

где n – число отложений рулетки, n = 500:20 = 25;

$$m_d = 0{,}02 \cdot \sqrt{25} = 0{,}10 \text{ м.}$$

Относительная погрешность измерения:

$$\frac{m_d}{d} = 0{,}10/500 = 1:5000.$$

Задача 9. Стороны, прямоугольника a = 120 м и b = 80 м измерены со средними квадратическими погрешностями m_a = 0,10 м m_b = 0,04 м. Требуется найти среднюю квадратическую погрешность вычисления площади $S = axb$ = 120 м · 80 м = 9600 м^2.

Решение. Средняя квадратическая погрешность площади определится из формулы (5) табл. 2:

$$m_s = \sqrt{\left(a \cdot m_b\right)^2 + \left(b \cdot m_a\right)^2} = \sqrt{\left(120 \cdot 0{,}04\right)^2 + \left(80 \cdot 0{,}10\right)^2} = 9{,}3 \text{ м}^2.$$

Задача 10. Определить среднюю квадратическую погрешность измерения превышения методом тригонометрического нивелирования по измеренному расстоянию d = 124,16 м и углу наклона ν = –2°16', если m_d = = 0,06 м; а m_v = 1'.

Формула определения превышения имеет вид:

$$h = d\text{tg}v + k - l, \qquad (5)$$

где k и l – высоты прибора и точки наведения, измеренные с пренебрегаемыми погрешностями.

Дифференцируя по переменным d и ν и используя формулу общего вида (4), получим:

$$\frac{\partial h}{\partial d} = \text{tg}\nu\,; \quad \frac{\partial h}{\partial \nu} = \frac{d}{\cos^2 \nu}\,; \quad m_h^2 = \left(\text{tg}\nu \cdot m_d\right)^2 + \left(\frac{d}{\cos^2 \nu} m_\nu\right)^2.$$

Подставляя в полученную формулу исходные данные, находим:

$$m_h^2 = \left(0{,}0396 \cdot 0{,}06\right)^2 + \left(\frac{126{,}16}{0{,}999} \cdot \frac{1'}{3438}\right)^2 = 0{,}00131 \text{ м}^2,$$

где 3438' – число минут в радиане.

Окончательно $m_h = 0{,}036$ м.

Задача 11. В треугольнике ABC измерены сторона $b = 124{,}15$ м и прилегающие к ней углы $A = 43°18'$, $C = 74°56'$ со средними квадратическими погрешностями $m_b = 0{,}06$ м, $m_A = m_C = 1'$.

Определить среднюю квадратическую и относительную погрешности вычисления стороны a.

Решение. Согласно теореме синусов имеем:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad \text{и} \quad a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B}\,;$$

угол $B = 180 - A - C$. Средняя квадратическая погрешность его вычисления найдется по формуле (2) табл. 2:

$$m_B = \sqrt{m_A^2 + m_B^2} = \sqrt{2} = 1',4\,.$$

Для нахождения средней квадратической погрешности вычисления стороны $a = \dfrac{b \cdot \sin A}{\sin B}$ продифференцируем это выражение по переменным b, A и B. Используя формулу общего вида (4), получим:

$$\frac{\partial a}{\partial B} = \frac{\sin A}{\sin B}\,; \quad \frac{\partial a}{\partial A} = \frac{b \cdot \cos A}{\sin B};$$

$$\frac{\partial a}{\partial B} = -\frac{b \cdot \sin A \cdot \cos B}{\sin^2 B} = -a\text{ctg}B\,;$$

$$m_a^2 = \left(\frac{\sin A}{\sin B} \cdot m_b\right)^2 + \left(\frac{b \cdot \cos A}{\sin B} \cdot \frac{m_A}{3438'}\right)^2 + \left(a\text{ctg}B \cdot \frac{m_B}{3438}\right)^2.$$

Подставляя в полученную формулу исходные данные, находим:

$$m_a^2 = \left(\frac{0,6858}{0,881}\cdot 0,06\right)^2 + \left(\frac{124,15\cdot 0,7278}{0,881}\cdot\frac{1}{3438}\right)^2 =$$

$$+\left(96,64\cdot 0,573\frac{1}{3438}\right)^2 = 0,0033;$$

$$m_a = 0,06.$$

Относительная погрешность нахождения расстояния:

$$\frac{m_a}{a} = \frac{0,06}{96,64} = \frac{1}{1610}.$$

Задача 12. С помощью нитяного дальномера расстояние определяется по формуле $d = cn$, где c – коэффициент дальномера, а n – расстояние на рейке между дальномерными нитями, взятое со средней квадратической погрешностью m_n. Определить абсолютную и относительную погрешности измерения линии.

Параметр	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
C	100	200	100	100	200	100	100	100
n, мм	656	1084	988	906	1254	1232	885	1040
m_n, мм	2	2	3	3	3	4	3	4
1	Варианты							
	9	10	11	12	13	14	15	16
C	100	200	100	100	200	100	200	100
n, мм	720	1200	960	680	1280	720	1860	990
m_n, мм	2	2	3	2	2	2	3	3

Задача 13. Найти среднюю квадратическую погрешность длины окружности, если ее радиус R измерен со средней квадратической погрешностью m_R.

Параметр	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
m_R, м	0,02	0,01	0,03	0,04	0,06	0,08	0,12	0,20

Задача 14. Линия состоит из трех отрезков d_1, d_2, d_3, измеренных со средними квадратическими погрешностями m_1, m_2, m_3. Вычислить среднюю квадратическую и относительную погрешности измерения линии.

Параметр	Варианты				
	1	2	3	4	5
$d_1 \pm m_1$, м	245,0±0,1	136,0±0,1	456,5±0,2	368,4±0,2	457,7±0,2
$d_2 \pm m_2$, м	315,0±0,1	215,0±0,2	415,5±0,2	315,6±0,1	561,3±0,3
$d_3 \pm m_3$, м	468,6±0,2	348,6±0,3	249,3±0,1	468,1±0,2	348,2±0,2

Задача 15. Углы треугольника α и β измерены со средними квадратическими погрешностями соответственно m_α и m_β. Найти среднюю квадратическую погрешность третьего угла, вычисленного по двум измеренным углам.

Параметр	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
m_α	6"	8"	10"	13"	15"	10"	8"	7"
m_β	8"	8"	12"	11"	15"	15"	14"	14"

Задача 16. На местности измерены два смежных угла со средней квадратической погрешностью $m_1 = m_2$. Найти среднюю квадратическую погрешность суммы углов.

Параметр	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$m_1 = m_2$	7"	8"	9"	10"	12"	15"	20"	30"

Задача 17. При геометрическом нивелировании с двухсторонними рейками превышение вычисляется как разность отсчетов a и b по черной и красной сторонам реек. Определить среднюю квадратическую погрешность превышения, если точность отсчета по рейке равна: 1) 1 мм, 2) 2 мм, 3) 3 мм, 4) 4 мм.

Задача 18. Средняя квадратическая погрешность суммы двух равноточных углов равна 10". Какова средняя квадратическая погрешности одного угла?

Задача 19. При проложении теодолитного хода измерено равноточно четыре угла со средней квадратической погрешностью одного угла m = = 30". Определить среднюю квадратическую и допустимую (предельную) погрешности суммы измеренных углов.

Задача 20. Линия d = 1400 м измерена лентой по частям, при этом d_1 = 800 м и d_2 = 600 м. Относительная погрешность измерений каждой части равна 1:2000. Какова средняя квадратическая погрешность измерения длины всей линии?

Задача 21. Определить среднюю квадратическую погрешность определения значения места нуля теодолита 2Т30 МО = (П+Л)/2, если средняя квадратическая погрешность взятия отсчета равна ±20".

Задача 22. Определить среднюю квадратическую погрешность определения коллимационной ошибки С = (П–Л±180)/2, если средняя квадратическая погрешность направления, измеренного при одном круге, равна ±10".

Задача 23. В теодолите Т30 коллимационную погрешность рекомендуется определять по формуле $C = (П_1–Л_1±180°)+(П_2–Л_2±180°)/4'$. Точность взятия отсчета при каждом круге равна ±1'. Определить среднюю квадратическую погрешность нахождения коллимационной погрешности.

Задача 24. Определить среднюю квадратическую погрешность суммы углов треугольника, измеренных со средними квадратическими погрешностями ±6", ±8", ±10".

Задача 25. Линия d измерена 20-метровой лентой. Определить среднюю квадратическую погрешность измерения линии, если средняя квадратическая погрешность одного отложения ленты m_l.

Параметр	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
d, м	780	980	320	1280	1620	2000	980	720
m_l, м	0,03	0,02	0,01	0,03	0,02	0,03	0,01	0,02
	Варианты							
	9	10	11	12	13	14	15	16
d, м	1280	2000	1 620	500	320	720	2420	1280
m_l, м	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	0,02

Задача 26. Линия состоит из пяти отрезков, измеренных со средними квадратическими погрешностями: $m_1 = ±0,05$ м, $m_2 = ±0,07$ м, $m_3 = ±0,04$ м, $m_4 = ±0,06$ м, $m_5 = ±0,10$ м. Вычислить среднюю квадратическую погрешность результата измерения линии.

Задача 27. Подсчитать среднюю квадратическую погрешность суммы углов прямоугольника, каждый угол которого измерен со средней квадратической погрешностью ±9".

Задача 28. Средняя квадратическая погрешность превышения, полученного геометрическим нивелированием по черным сторонам реек, равна ±4 мм. Какова средняя квадратическая ошибка отсчета по одной рейке?

Задача 29. Определить среднюю квадратическую погрешность превышения из нивелирного хода длиной 16 км, если средняя квадратическая погрешность нивелирования 1 км составляет ±20 мм.

Задача 30. В нивелирном ходе длиной 1350 м средняя квадратическая погрешность превышения на одной станции равна ±2,0 мм. Найти среднюю квадратическую погрешность превышения между конечными пунктами хода, если расстояние между рейками на каждой станции равно 150 м.

Задача 31. Найти среднюю квадратическую погрешность дирекционного угла, 9-й стороны «висячего» теодолитного хода, если средняя квадратическая погрешность начального дирекционного угла равна ±20", а углы поворота измерялись со средней квадратической погрешностью ±10" каждый.

Задача 32. Средняя квадратическая погрешность угла, измеренного одним приемом, равна ±30". Чему равна средняя квадратическая погрешность суммы углов треугольника, измеренных тремя приемами?

Задача 33. Определить среднюю квадратическую погрешность суммы превышений нивелирного хода, состоящего из 25 станций, если средняя квадратическая погрешность отсчета по рейке равна ±1 мм. На каждой станции превышение определялось с использованием двухсторонних реек.

Задача 34. Средняя квадратическая погрешность нивелирного хода длиной 3,6 км равна 24 мм. Найти среднюю квадратическую погрешность одного превышения, если расстояния от нивелира до реек в среднем равны 50 м.

Задача 35. Суммарная угловая невязка в полигоне из 36 углов равна 36". Какова средняя квадратическая погрешность измерения каждого угла?

Задача 36. Определить невязку нивелирного хода длиной 19,6 км, если длина визирного луча в среднем равна 50 м, а средняя квадратическая погрешность превышения на станции равна ±1,5 мм.

Задача 37. Длина мостового перехода, состоящего из 3 участков, измерялась по частям. Их длины оказались равными 300 м, 500 м, 200 м. Какова точность определения полной длины мостового перехода, если измерения выполнены с относительной ошибкой 1:10000?

Задача 38. Определить относительную ошибку измерения периметра полигона, состоящего из 6 сторон по 200 м, если относительная ошибка измерения лентой каждой стороны равна 1:2000.

Задача 39. Определить среднюю квадратическую погрешность определения площади прямоугольника, если измерены его стороны $a = 8$ м, $b = 12$ м со средней квадратической погрешностью соответственно ±1 см и ±2 см.

Задача 40. В треугольнике измерены основание a со средней квадратической погрешностью m_a и высота h со средней квадратической погрешностью m_h. Определить относительную погрешность определения площади треугольника.

Результаты измерений	Варианты				
	1	2	3	4	5
$a \pm m_a$	112,00±0,05	241,60±0,08	157,00±0,06	68,30±0,03	147,50±0,05
$h \pm m_h$	60,18±0,03	71,40±0,04	102,50±0,05	81,40±0,04	120,00±0,06

Задача 41. В трапеции измерены: высота $h = 106$ м и оба основания $a = 150$ м, $b = 200$ м со средними квадратическими погрешностями соответственно ±0,05 м, ±0,06 м, ±0,08 м. Определить абсолютную и относительную погрешности вычисления площади трапеции.

Задача 42. Определить среднюю квадратическую погрешность превышения, полученного тригонометрическим нивелированием $h = d\operatorname{tg}\nu$, если известны горизонтальное положение $d \pm m_d$ и угол наклона $\nu \pm m_\nu$.

Результаты измерений	Варианты				
	1	2	3	4	5
$d \pm m_d$	86,70±0,02	115,31±0,05	165,82±0,07	121,41±0,06	138,01±0,08
$\nu \pm m_\nu$	–3°15'±1'	7°10'±1,5'	15°45'±1'	10°10'±2'	12°45'±1,5'
	Варианты				
	6	7	8	9	10
$d \pm m_d$	175,42±0,08	156,34±0,07	141,50±0,06	114,28±0,05	96,15±0,04
$\nu \pm m_\nu$	4°30'±1'	5°15'±1'	6°06'±1'	7°12'±1'	8°24'±1'
	Варианты				
	11	12	13	14	15
$d \pm m_d$	90,56±0,03	127,53±0,06	151,20±0,07	89,14±0,04	112,44±0,05
$\nu \pm m_\nu$	7°45'±1'	5°30'±1'	6°45'±1'	7°30'±1'	8°36'±1'

Задача 43. Определить абсолютную погрешность вынесения в натуру точки полярным способом, если разбивочный угол $\beta = 30°$ откладывается с точностью 1', а расстояние $d = 150$ м с точностью 0,05 м.

Задача 44. При построении угла на местности линейная редукция вычисляется по формуле $\Delta l = l\dfrac{\Delta''\beta}{\rho''}$. Определить среднюю квадратическую погрешность нахождения линейной редукции, если расстояние l = 300,00 ± ±0,30 м, а угол определен со средней квадратической погрешностью $m_{\Delta\beta}$ = = ±5".

Задача 45. Определить среднюю квадратическую погрешность превышения, полученного тригонометрическим нивелированием, для условий задачи 42, считая, что ошибка в определении высоты инструмента m_k = = ±10 мм, а ошибка в наведении на высоту l равна m_l = 5 мм.

Задача 46. Найти среднюю квадратическую погрешность определения высоты сооружения тригонометрическим нивелированием, если расстояние до сооружения d = 60 м измерено с точностью m_d = ±0,03 м, а углы наклона ν_1 = 10°15' и ν_2 = –2°46' измерены со средней квадратической погрешностью $m_{\nu 1} = m_{\nu 2}$ = 1'.

Задача 47. В треугольнике *ABC* измерены сторона b и углы A и C. Определить среднюю квадратическую и относительную погрешности вычисления сторон a и с. Результаты измерений приведены в таблице.

Варианты	b, м	m_b, м	A°	m''_A	C°	m''_C
1	126,00	0,05	40°35'	60"	60°00'	60"
2	300,00	0,20	60°00'	30"	60°00'	60"
3	106,00	0,06	29°39'	60"	120°07'	120"
4	200,20	0,12	38°30'	30"	109°27'	30"
5	335,60	0,15	53°14'	30"	65°13'	60"
6	187,50	0,08	62°30'	60"	71°15'	60"
7	145,11	0,06	42°30'	60"	54°36'	60"
8	161,32	0,07	44°24'	60"	53°06'	60"

4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ РЯДА РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ОДНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Равноточными называют измерения, выполненные приборами одинаковой точности, равным числом приемов, в одинаковых условиях, одинаково опытными наблюдателями. Если для определения некоторой величины X выполнен ряд равноточных измерений и получены результаты l_1, $l_2, \ldots, l_n$, то за окончательное значение принимают величину, вычисляемую как среднее арифметическое из всех результатов:

$$L = \frac{l_1 + l_2 + ... + l_n}{n} = \frac{[l]}{n}. \qquad (6)$$

При числе измерении n, стремящемся к бесконечности, среднее арифметическое L стремится к истинному значению X измеряемой величины.

Средняя квадратическая погрешность каждого отдельного измерения определяется до формуле:

$$m = \sqrt{\frac{[\upsilon^2]}{n-1}}, \qquad (7)$$

где $\upsilon = l - L$ – уклонение от среднего арифметического.

Среднюю квадратическую погрешность арифметической середины $m_L = M$ определяют по формуле

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}. \qquad (8)$$

Кроме оценки точности выполненных измерений, формула (8) может быть использована для расчета числа измерений, необходимого для достижения заданной точности M. Записывая формулу (8) относительно n, получим

$$n = \frac{m^2}{M^2}. \qquad (9)$$

Задача 48. При исследовании мерной ленты одна и та же линия измерена 15 раз. Результаты измерений приведены в табл. 3. Вычислить среднее значение длины линии и оценить точность измерений.

Решение. Вычислим среднее значение измеренной линии, для чего сложим и разделим на 15 десятые и сотые доли метров.

$$L = 156 + \frac{3,75}{15} = 156 + 0,25 = 156,25 \text{ м.}$$

Вычислим уклонения υ и сложим их. Их сумма должна быть близка к нулю (с точностью округлений). Найдем сумму квадратов уклонений и по формуле (7) определим среднюю квадратическую погрешность одного измерения:

$$m = \sqrt{\frac{340}{15-1}} = 4,9 \text{ см.}$$

Погрешность результата измерений (среднего арифметического) определим по формуле (8):

$$M = \frac{4,9}{\sqrt{15}} = 1,3 \text{ см.}$$

Относительная погрешность одного измерения:

$$\frac{m}{L} = \frac{4,9}{15625} = 1:3200,$$

а среднего арифметического $\dfrac{M}{L} = \dfrac{1,3}{15625} = 1:12000.$

Таблица 3

Номер измерения	Результаты l_i измерений, м	$\upsilon_i = l_i - L$, см	υ_i^2
1	156,34	9	81
2	156,24	–1	1
3	156,19	–6	36
4	156,23	–2	4
5	156,29	4	16
6	156,27	2	4
7	156,17	–8	64
8	156,24	–1	1
9	156,26	1	1
10	156,30	5	25
11	156,22	–3	9
12	156,30	5	25
13	156,28	3	9
14	156,25	0	0
15	156,17	–8	64
	L = 156,25	$[\upsilon] = 0$	$[\upsilon^2] = 340$

Задача 49. Сколько необходимо выполнить приемов для измерения угла теодолитом Т30 со средней квадратической погрешностью 10"?

Решение. Теодолит Т30 позволяет измерить угол одним приемом со средней квадратической погрешностью m = 30". Для достижения точности, характеризуемой средней квадратической погрешностью M = 10", необходимо выполнить:

$$n = \frac{m^2}{M^2} = 30^2 / 10^2 = 9 \text{ приемов.}$$

Задача 50. Определить среднюю квадратическую и относительную погрешности результата четырехкратного измерения линии.

Измерения	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
1	284,34	136,44	95,66	158,63	356,15	468,39
2	284,38	136,52	95,60	158,48	356,29	468,15
3	284,42	136,50	95,56	158,60	356,37	468,45
4	284,38	136,38	95,58	158,57	356,31	468,37

Задача 51. Угол измерен теодолитом пятью приемами. Определить вероятнейшее значение угла и его среднюю квадратическую погрешность.

Измерения	Варианты				
	1	2	3	4	5
1	37°39'31"	65°37,5'	24°15'30"	115°35'32"	75°46'48"
2	37°39'29"	65°36,0'	24°15'10"	115°35'42"	75°46'32"
3	37°39'35"	65°35,5'	24°15'20"	115°35'39"	75°46'37"
4	37°39'32"	65°36,0'	24°15'45"	115°35'51"	75°46'56"
5	37°39'23"	65°35,0'	24°15'15"	115°35'36"	75°46'47"

Задача 52. Средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом равна 20". Определить число приемов, которым нужно его измерить, чтобы получить среднюю квадратическую погрешность арифметической середины 10".

Задача 53. Планиметром было произведено четыре измерения площади участка (см^2). Вычислить вероятнейшее значение и средние квадратические погрешности отдельного измерения и вероятнейшего значения по следующим данным.

Измерения	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	41,0	41,4	41,0	40,5	41,0	40,8	41,6	40,0
2	41,1	41,6	41,5	41,0	40,7	38,3	40,8	42,3
3	40,8	41,1	41,8	39,6	41,2	39,7	40,5	41,7
4	41,1	41,5	41,3	38,9	41,1	41,2	41,1	42,0

Задача 54. Каким числом приемов нужно измерить угол, чтобы средняя квадратическая погрешность его была равна 5", если средняя кавдратическая погрешность угла, измеренного одним приемом, равна 15"?

Задача 55. Линия длиной в 200 м измерена с относительной погрешностью 1:1000. Сколько раз нужно повторить измерения, чтобы относительная погрешность среднего арифметического из всех измерений составила 1: 2000?

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Неравноточными называют измерения, выполненные приборами разной точности, разным числом приемов, в различных условиях. Для обработки неравноточных измерений каждому измерению присваивают свой вес, вычисляемый по формуле $p = c/m^2$, где c – произвольное число.

Так, имея ряд результатов измерений l_1, l_2..., l_n, полученных со средними квадратическими погрешностями m_1, m_2, ... m_n, определим соответствующие их веса.

$$p_1 = c/m_1^2;\; p_2 = c/m_2^2, \ldots,\; p_n = c/m_n^2. \tag{10}$$

Окончательное, надежнейшее значение измеряемой величины находят как общую арифметическую середину (иначе – «весовое среднее») по формуле:

$$L_0 = \frac{p_1 l_1 + p_2 l_2 + \ldots + p_n l_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} = \frac{[pl]}{[p]}. \tag{11}$$

При значении веса, равном 1 $c = m_n^2 = \mu^2$, вес i-го измерения определяется по формуле:

$$p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}, \tag{12}$$

где μ – средняя квадратичная погрешность единицы веса.

Поправки υ к результатам измерения вычисляются по формулам:

$$\upsilon_1 = L_0 - l_1,\; \upsilon_2 = L_0 - l_2,\; \ldots,\; \upsilon_n = L_0 - l_n.$$

Среднюю квадратическую погрешность одного измерения, имеющего вес, равный единице, определяют по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{[p\upsilon^2]}{n-1}}, \tag{13}$$

а среднюю квадратическую погрешность общей арифметической середины L_0 по формуле:

$$M_0 = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}. \tag{14}$$

В том случае, когда с целью исследования того или иного прибора или метода измерялась величина, истинное значение которой X известно, то средняя квадратическая погрешность, измеряемая с весом единица, определяется формулой, аналогичной формуле Гаусса:

$$\mu = \sqrt{\frac{\left[p\Delta^2 \right]}{n}}. \tag{15}$$

Задача 56. В табл. 4 даны результаты пяти измерений угла, причем каждый результат получен как среднее из нескольких приемов. Определить среднее весовое значение угла и средние квадратические погрешности полученного значения и измерения с весом единица.

Таблица 4

Номер измерения	Результаты измерений	Число приемов	Вес p_i	υ_i	$p_i\upsilon_i$	$p_i\upsilon_i^2$
1	48°16'39"	6	3	+3,9	11,7	45,63
2	48°16'36"	2	1	+6,9	6,9	47,61
3	48°16'47"	6	3	–4,1	–12,3	50,43
4	48°16'43"	12	6	–0,1	–0,6	0,06
5	48°16'46"	4	2	–3,1	–6,2	19,22

Решение. Определим веса измерений. Если принять вес одного измерения за единицу, то вес среднего из n измерений будет равен числу измерений n, поэтому вес каждого из пяти результатов в табл. 4 может быть принят равным соответствующему числу приемов измерений. Ввиду произвольности в формулах (10) общего множителя c все веса могут быть умножены на одно и то же число. Следовательно, в нашем случае веса должны быть пропорциональны числу приемов. В табл. 4 за единицу веса принят вес результата, полученного двумя приемами.

По формулам (11)–(14) находим:

$$L_0 = 48^\circ 16' + \frac{3\cdot 39 + 1\cdot 36 + 3\cdot 47 + 6\cdot 43 + 2\cdot 46}{3+1+3+6+2} = 48^\circ 16' 42,9'';$$

$$\mu = \sqrt{\frac{162,95}{5-1}} = 6'',4; \; M = \frac{6'',4}{\sqrt{15}} = 1'',6.$$

Задача 57. К узловой точке P от трех реперов A, B и C проложены ходы технического нивелирования. Высоты исходных реперов, полученные в ходах превышения, и длины ходов приведены в табл. 5. Определить высоту узловой точки и ее среднюю квадратическую погрешность.

Таблица 5

Исходные реперы	Высота реперов	Превышение	Высота узловой точки	Длина хода L, км	Вес, p_i	υ_i, мм	$p_i\upsilon_i$	$p_i\upsilon_i^2$
A	39,124	+3,036	42,160	1,1	0,91	–32	–29,12	931,84
B	43,816	–1,691	42,125	0,6	1,67	+3	5,01	15,03
C	46,215	–4,138	42,077	2,0	0,50	+51	25,50	130,50
Сумма					3,08	–	1,39	2247,37

Решение. Средняя квадратическая погрешность определения превышения в нивелирном ходе прямо пропорциональна $\sqrt{L}$, где L – длина хода в километрах, поэтому веса превышений ходов обратно пропорциональны (формула (10) квадратам средних квадратических погрешностей, длин ходов L. Примем $p_i = \dfrac{1}{L_i}$ и с этими весами (см. табл. 5) вычисляем:

$$L_0 = 42 + (0,91 \cdot 0,160 + 1,67 \cdot 0,125 + 0,50 \cdot 0,777)/3,08 = 42,128 \text{ м};$$

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{2247,37}{3-1}} = 33 \text{ мм}, \ M = \frac{33}{3,08} = 11 \text{ мм}.$$

Задача 58. От исходных реперов проложены нивелирные ходы различной длины к точке P и вычислена для каждого хода ее высота. Найти вероятнейшее значение высоты точки P и ее среднюю квадратическую погрешность по следующим данным.

Высота H, м	Длина ходов по вариантам, км							
	1	2	3	4	5	6	7	8
162,615	8,5	8,5	8,7	2,9	2,1	2,1	9,4	2,2
162,640	5,9	6,1	6,3	6,5	3,7	2,7	2,9	5,5
162,698	4,7	2,4	2,0	5,6	5,5	4,5	0,7	4,3

Задача 59. Даны результаты четырех измерений угла, при этом каждый результат получен как среднее из нескольких приемов. Требуется определить наиболее надежное значение угла и среднюю квадратическую погрешность окончательного результата.

Измерения	Результаты измерений	Число приемов по вариантам							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	56°34'49"	6	8	2	4	8	2	8	8
2	56°34'56"	2	2	4	8	4	4	2	4
3	56°34'40"	8	4	8	2	2	6	4	2
4	56°34'55"	4	2	4	6	6	8	6	6

Задача 60. Координаты узловой точки получены из трех, теодолитных ходов. Найти вероятнейшее значение координат узловой точки и его среднюю квадратическую погрешность по следующим данным.

Номер варианта	Номер хода	Координаты из ходов		Длина ходов, км
		X	Y	
1	1 2 3	6 375 210,2 6 375 210,6 6 375 209,1	7 346 451,3 7 734 651,8 7 734 650,4	8,0 4,0 2,0
2	1 2 3	6 482 356,3 6 482 356,0 6 482 356,1	7 356 575,4 7 356 575,1 7 356 574,5	9,0 6,0 3,0
3	1 2 3	6 412 747,6 6 412 746,9 6 412 745,9	7 381 112,6 7 381 111,7 7 381 111,5	2,5 5,0 7,5
4	1 2 3	6 603 001,2 6 603 002,6 6 603 001,0	7 391 505,5 7 391 506,1 7 391 505,3	6,0 1,0 5,0

6. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПО РАЗНОСТЯМ ДВОЙНЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В геодезической практике распространены двойные непосредственные измерения. Так, превышения при техническом нивелировании определяют для контроля дважды: один раз – по черным сторонам реек, другой – по красным. Расстояние лентой измеряют дважды – в прямом и обратном направлениях. Различие двух результатов одной и той же величины несет информацию о величине погрешностей измерений. Имея разности измерений ряда величин, можно вычислить среднюю квадратическую погрешность одного измерения:

$$m = \sqrt{\frac{\left[d^2\right]}{2n}}, \tag{16}$$

где d – разность двойных измерений;

n – их число.

Задача 61. В табл. 6 приведены результаты определения: превышения между связующими точками нивелирного хода по черным и красным сторонам реек. Найти среднюю квадратическую погрешность m_h превышения, измеренного по односторонним отсчетам.

Решение. Вычислив разности (см. табл. 6), суммируем их. Близость суммы d к нулю указывает на отсутствие систематических погрешностей. Затем вычислим сумму квадратов разностей d и по формуле (16) искомую среднюю квадратическую погрешность:

$$m = \sqrt{\frac{81}{2 \cdot 10}} = 2{,}0 \text{ мм.}$$

Таблица 6

Номер измерения	Превышение, мм		d, м	d^2
	По черной стороне	По красной стороне		
1	+572	+529	–2	4
2	+842	+839	–3	9
3	+416	+418	–2	4
4	–348	–345	–3	9
5	–1010	–1014	+4	16
6	–295	–298	+3	9
7	–604	–605	+1	1
8	–892	–888	–4	16
9	+1459	+1456	+3	9
10	+725	+727	–2	4
		Сумма	+1	81

Если окажется, что $\frac{[d]}{n}$ заметно отклоняется от нуля, это укажет на наличие постоянной систематической погрешности, величину которой можно оценить по формуле $\theta = \frac{[d]}{n}$. Случайную часть погрешности охарактеризует средняя квадратическая погрешность, вычисляемая по формуле:

$$m = \sqrt{\frac{[\delta^2]}{2(n-1)}},$$

где $\delta_i = d_i - \theta$.

Задача 62. Теодолитом измерено пять углов, причем каждый угол измерялся при двух положениях круга. Определить среднюю квадратическую погрешность измерения угла при одном положении круга по приведенным ниже данным, если разности содержат только случайные ошибки.

1	Л П	56°36'29" 56°36'30"	30°17'15" 30°15'21"	47°18'36" 47°18'34"	39°26'41" 39°26'40"	27°03'13" 27°03'10"
2	Л П	15°27'16" 15°27'20"	26°26'40" 26°26'37"	37°38'37" 37°38'34"	39°18'15" 39°18'21"	56°46'28" 56°46'25"

Задача 63. Стороны теодолитного хода измерены дальномером дважды: прямо и обратно. Оценить точность измерения сторон хода по приведенным ниже данным.

Номер стороны	Результаты первого измерения, м	Результаты второго измерения					
		Варианты					
		1	2	3	4	5	6
1	437,41	437,30	437,51	437,50	437,53	437,51	437,52
2	364,35	364,36	364,37	364,38	364,37	364,39	364,36
3	843,86	844,06	844,06	844,06	844,07	844,04	844,05
4	383,11	383,08	383,19	383,17	383,17	383,20	383,19
5	510,06	510,29	510,00	510,04	510,00	510,00	510,01
6	843,97	843,78	843,79	843,80	843,77	843,79	843,72
7	773,47	773,30	773,29	773,30	773,29	773,29	773,28
8	633,44	633,40	633,41	633,42	633,40	633,41	633,43
9	731,04	731,06	731,05	731,00	731,06	731,08	731,07
10	481,97	482,01	482,02	482,01	482,00	482,02	482,03

7. ОТВЕТЫ И ПОЯСНЕНИЯ

Порядок решения задач 2–4 показан на примере решения задачи.

В задаче 4 знаменатель относительной погрешности приведен с округлением до сотни.

2. 1) 14,7 см^2, 1:680; 2) 19,4см^2, 1:515; 3) 15,7 см^2, 1:637; 4) 15,9 см^2, 1:628; 5) 18,5 см^2 1:540; 6) 14,3 см^2 1:700.

3. 1) 2,9"±0,9"; 2) 4"±1,3"; 3) 4,5"±1,4″; 4) 4,7"±1,5"; 5) 4;4"±1,4".

4. 1) 2,7 см, 1:4600; 2) 4,2 см, 1:3000; 3) 3,8 см, 1:3300; 4) 3,7 см, 1:3400; 5) 4,5 см 1:2800; 6) 6,2 см, 1:3900.

12. 1) 0,2 м, 1:328; 2) 0,4 м, 1:272; 3) 0,3 м, 1:329; 4) 0,3 м, 1:302; 5) 0,6 м, 1:209; 6) 0,4 м, l:308; 7) 0,3 м, 1:295; 8) 0,4 м, 1:260; 9) 0,2 м, 1:360; 10) 0,4 м, 1:300; 11) 0,3 м, 1:320; 12) 0,2 м, 1:340; 13) 0,4 м, 1:320; 14) 0,2 м, 1:360; 15) 0,6 м, 1:310; 16) 0,3 м, 1:330.

13. Длина окружности $D = 2\pi R$. Согласно формуле (1) табл. 2, $m_D = 2\pi m_R$.

1) 0,13 м; 2) 0,06 м; 3) 0,19 м; 4) 0,25 м; 5) 0,38 м; 6) 0,5 м; 7) 0,75 м; 8) 1,26 м.

14. 1) 1028,60 м ± 0,24 м, 1:4283; 2) 699,60 м ± 0,37 м, 1:1870; 3) 1121,30 м ± 0,30 м, 1:3738; 4) 1170,10 м ± 0,30 м, 1:3900; 5) 1367,2 м ± ± 0;4 м, 1:3316.

15. 1) 10"; 2)11,3"; 3) 15,6"; 4) 17,0"; 5) 21,2"; 6) 18"; 7) 16,1"; 8) 15,6".

16. 1) 9,9"; 2) 11,3"; 3) 12,7"; 4) 14,1"; 5) 17"; 6) 21,2"; 7) 28,3"; 8) 42,4".

17. Для определения превышения взяты четыре отсчета. Согласно формуле (2) табл. 2, будем иметь $m_k \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2} = \sqrt{4m^2}$; 1) 2 мм; 2) 4 мм; 3) 6 мм; 4) 8 мм.

18. Так как $m_C = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$, при $m_1 = m_2$ $m_C = m\sqrt{2}$, следовательно, $m = m_C/2 = 7{,}1''$.

19. Для суммы $\Sigma = \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n$ находим $m_C = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2} = = m\sqrt{n}$, где n – число углов. Предельная погрешность равна $2m_C = 1'\sqrt{n}$. Ответ: 1" и 2".

20. Предварительно находятся абсолютные погрешности каждой части линии $m_1 = 800{:}2000 = 0{,}4$ м; $m_2 = 600{:}2000 = 0{,}3$ м, а затем средняя квадратическая погрешность длины всей линии $m_d = \pm 0{,}5$ м.

Задачи 21–23 решаются по формуле (4) табл. 2.

21. 14,1"; 22. 7,1"; 23. 30"; 24. 14,1".

25. 1) 0,18 м; 2) 0,14 м; 3) 0,04 м; 4) 0,24 м; 5) 0,18, м; 6) 0,30 м; 7) 0,07 м; 8) 0,12 м; 9) 0,08 м; 10) 0,10 м; 11) 0,09 м; 12) 0,10 м; 13) 0,08 м; 14) 0,06 м; 15) 0,22 м; 16) 0,16 м.

26. 0,15 м. 27. 18" 29. $m_h = \pm 20\sqrt{L}$, где L – длина хода, км. Ответ: 80 мм.

30. Определяется количество станций, а затем по формуле $m_h = \pm m_{\text{ст}}\sqrt{n}$, где n – число станций, определяется общая средняя квадратическая погрешность. Ответ: ±6 мм.

31. Средняя квадратическая погрешность зависит от погрешности начального дирекционного угла и от погрешности измерения горизонтальных углов, т. е. $m_a^2 = m_{\text{нач}}^2 + m_{\Sigma\beta}^2$), где $m_{\Sigma\beta} = m_\beta\sqrt{n}$, n – число углов. Ответ: 36".

32. Так как каждый угол треугольника измерялся тремя приемами, то всего измерено $n = 9$ углов и, следовательно; $m_\Sigma = m_1\sqrt{n}$. Ответ: 1,5".

33. Предварительно определяется средняя квадратическая погрешность отдельной станции, а затем и всего нивелирного хода. Ответ: 10 мм.

34. Определяется количество станций n, из формулы $m_{\text{хода}} = m_{\text{ст}}\sqrt{n}$ находится средняя квадратическая погрешность одного превышения. Ответ: 4 мм.

35. 6" 36. 21 мм; 37. 6,2 см (решение аналогично задаче 20; 39. 0,25 м^2. Решение задачи выполняется по формуле (5) табл. 2 и разобрано в задаче 9.

40. 1) 1:978; 2) 1:1153; 3) 1:1103; 4) 1:994; 5) 1:1180;

41. 18,3 м, 1:507.

42. 1) 0,025 м; 2) 0,051 м; 3) 0,056 м; 4) 0,074 м; 5) 0,069 м; 6) 0,052 м; 7) 0,046 м; 8) 0,042 м; 9) 0,035 м; 10) 0,029 м; 11) 0,028 м; 12) 0,038 м; 13) 0,045 м; 14) 0,027 м; 15) 0,034 м.

43. Средняя квадратическая погрешность вынесения точки полярным способом определяется по формуле $m_p^2 = m_d^2 + \left(\frac{d \cdot m_\beta}{3438} \right)^2$. Ответ: 6,6 см.

44. 0,53 м. 45. 1) 27; 2) 52; 3) 57; 4) 75; 5) 70; 6)77.

46. $h = d\mathrm{tg}\nu_1 + d\mathrm{tg}\nu_2$. По формулам примера 7 определяются m_1 и m_2, а затем $m_h = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$. Ответ: 0,026 м.

47. 1) m_a = 0,044, 1:1894, m_c = 0,10, 1:1068;
2) m_a = 0,209, 1:1433, m_c = 0,213, 1:1403;
3) m_a = 0,131, 1:794, m_c = 0,242, 1:753;
4) m_a = 0,166, 1:1424, m_c = 0,249, 1:1442;
5) m_a = 0,151, 1:2030, m_c = 0,168, 1:2063;
6) m_a = 0,138, 1:1667, m_c = 0,176, 1:1973;
7) m_a = 0,052, 1:1900, m_c = 0,055, 1:2113;
8) m_a = 0,060, 1:2689, m_c = 0,047, 1:2770.

50. 1) 0,026 м, 1:10937; 2) 0,026, 1:5248; 3) 0,031 м, 1:3084; 4) 0,032 м, 1:4893; 5) 0,046 м, 1:7963; 6) 0,066 м, 1:7805.

51. 1) 37°39'30"±8,7"; 2) 65°36'0"±0,4"; 3) 24°15'24"±6,2";
4) 115°35'40"±3,6"; 5) 75°46'44"±4,8".

52. 4 приема.

53. 1) 41,0±0,07; 2) 41,4±0,1; 3) 41,4±0,02; 4) 40,0±0,47; 5) 41,0±0,11; 6) 40,0±0,58; 7) 41,0±0,7; 8) 41,5±0,51.

54. 9.

55. 4.

58. 1) 162,658±0,025; 2) 162,670±0,024; 3) 162,674±0,025;
4) 162,642±0,025; 5) 162,639±0,022; 6) 162,641±0,025;
7) 162,682±0,014; 8) 162,642±0,025.

59. 1) 56°34'3"±2,4"; 2) 56°34'48,4"±1,2"; 3) 56°34'55"±2,4";
4) 56°34'52,7"±0,9"; 5) 56°34'51,3"±1"; 6) 56°34'50,1"±3,9";
7) 56°34'49,7"±2,7"; 8) 56°34'51,3"±3,6".

60. 1) X = 6775209,7±0,5; Y = 7346450,90±0,7;
2) X = 6482356,11±0,10; Y = 7356574,83±0,25;
3) X = 6412746,88±0,19, Y =7381112,15±0,34;

4) $X = 6603002,2 \pm 0,5$; $Y = 7391505,9 \pm 0,2$.
62. 1) 2,2"; 2) 2,8" .
63. 1) 9,3 см; 2) 8,0 см; 3) 7,6 см; 4) 8,9 см; 5) 8,0 см; 6) 8,2 см.

Содержание

Учебное издание

Коугия Вилио Александрович

Полетаев Василий Иванович

РЕШЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
ПО ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Методические указания

Редактор и корректор *Т. А. Власова*

Компьютерная верстка *М. С. Савастеевой*

План 2009 г., № 123

Подписано в печать с оригинал-макета 19.04.2010.
Формат $60 \times 84\ ^1/_{16}$. Бумага для множ. апп. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,75. Уч.-изд. л. 1,75. Тираж 300 экз.
Заказ

Петербургский государственный университет путей сообщения.
190031, СПб., Московский пр., 9.

Типография ПГУПС. 190031, СПб., Московский пр., 9.